Modulazioni analogiche

Per *modulazione* si intende la tecnica di trasmissione di un segnale elettromagnetico (eventualmente rappresentante un'informazione) tramite un altro segnale elettromagnetico detto portante. I segnali da modulare possono rappresentare le informazioni più diverse: audio, video, dati.

Perché è conveniente modulare un segnale

È conveniente modulare un segnale per molte ragioni:

- se i segnali devono essere trasmessi mediante *onde radio* si verifica che l'antenna (in trasmissione come in ricezione) ha una lunghezza proporzionale alla lunghezza d'onda che – in *banda base*, per un segnale audio – è pari a $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 m/s}{20kHz} = 15km$, ovvero improponibile;
- modulando un segnale a frequenze diverse, è possibile far transitare su un *mezzo trasmissivo* più segnali, quindi più utenze – ad esempio – possono telefonare contemporaneamente;
- il segnale modulato può essere codificato così da ridurre gli effetti del *rumore*; la natura del segnale stesso è tale da concentrare il suo *spettro* nelle frequenze più basse, mentre i *mezzi trasmessivi* hanno un miglior rendimento e qualità a frequenze più elevate;
- i segnali modulati possono essere anche *criptati*, garantendo una maggior sicurezza nella transazione dei dati;
- si ha infine una semplificazione dei circuiti adottati per la trasmissione e la ricezione dei segnali.

Principali tipologie di modulazione

Modulazioni analogiche

Le più comuni modulazioni analogiche sono le seguenti:

- **Modulazione di ampiezza** (AM) (varia l'ampiezza del segnale modulato)
  - Modulazione a doppia banda (DSB)
    - Modulazione a doppia banda senza la soppressione della portante (DSB-WC)[1]
    - Modulazione a doppia banda con la soppressione della portante (DSB-SC)
    - Modulazione a doppia banda con la riduzione della portante (DSB-RC)
  - Modulazione a singola banda (SSB, o SSB-AM),
    - SSB senza la soppressione della portante (SSB-WC)
    - SSB con la soppressione della portante (SSB-SC)
  - Modulazione a banda vestigiale (VSB, o VSB-AM)
  - Modulazione d'ampiezza in quadratura (QAM)
  - Modulazione angolare
- **Modulazione di frequenza** (FM) (varia la frequenza del segnale modulato)
- **Modulazione di fase** (PM) (varia la fase del segnale modulato)

[1] Usata nelle trasmissioni radio AM.

Modulazione di ampiezza

La *modulazione di ampiezza*, in sigla AM[2], è una tecnologia utilizzata per trasmettere informazioni utilizzando segnali a radiofrequenza.
Consiste nel modulare l'ampiezza del segnale che si intende utilizzare per la trasmissione (detto portante) in maniera proporzionale all'ampiezza del segnale che si intende trasmettere (modulante). Il segnale modulato avrà così la stessa frequenza della portante.
È piuttosto semplice da realizzare, perciò stata utilizzata agli albori delle trasmissioni radio. I suoi principali inconvenienti sono l'estrema sensibilità ai disturbi ed alle condizioni di propagazione, poiché qualsiasi disturbo si somma direttamente al segnale che si sta trasmettendo; oltre alla poca efficienza che richiede l'uso di potenze maggiori per coprire le stesse distanze.

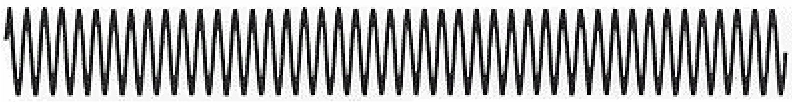
Teoria

Supponiamo che il segnale modulante sia periodico con pulsazione pari a $\omega=2\pi F$. Si ottiene:

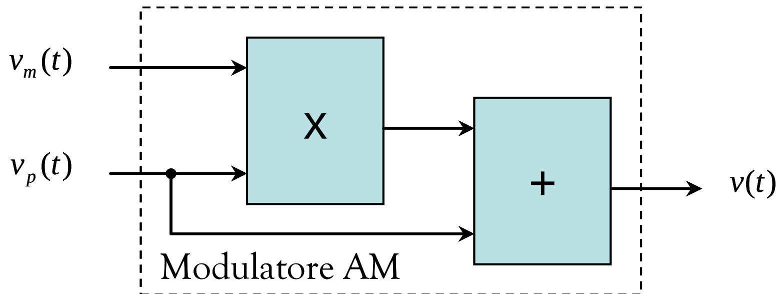
$$v_m(t) = V_m \cos(\omega_m t + \varphi) \tag{1}$$

per il quale, per una più agevole semplicità dimostrativa, poniamo $\varphi = 0$. Per il segnale portante – il quale deve avere una frequenza molto maggiore del segnale modulante – si avrà:

$$v_p(t) = V_p \cos \omega_p t \tag{2}$$

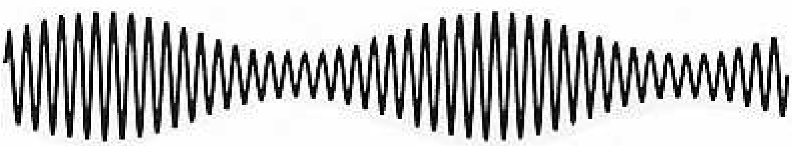


La modulazione si ottiene mediante due passaggi: un moltiplicatore ed un sommatore, come riportato nel seguente schema a blocchi:



Il segnale modulato in ampiezza assume la seguente espressione:

$$v(t) = \left(V_p + K_a V_m \cos \omega_m t\right) \cos \omega_p t \tag{3}$$



Essendo $\omega_p \rangle\rangle \omega_m$, in un periodo del segnale modulante è contenuto un numero elevatissimo di oscillazioni del segnale portante.
La (3) può essere riscritta più agevolmente come segue:

[2] Dall'analogo termine inglese *Amplitude Modulation*.

$$v(t) = V_p\left(1 + \frac{K_a V_m}{V_p}\cos\omega_m t\right)\cos\omega_p t = V_p\left(1 + m_a \cos\omega_m t\right)\cos\omega_p t \qquad (4)$$

Dove $m_a = \frac{K_a V_m}{V_p}$ prende il nome di indice o profondità di modulazione[3] e deve essere $m_a \leq 1$ affinché l'inviluppo[4] del segnale modulato abbia lo stesso andamento dell'informazione da trasmettere.
Per $m_a > 1$ il segnale $v(t)$ si dice in *sovramodulazione*. In questo caso vengono introdotte distorsioni nell'inviluppo del segnale modulato che non consentono – in ricezione – di ricostruire il segnale modulante.
Valori tipici della profondità di modulazione sono $m_a \approx 40\%$.

Spettro di frequenza di un segnale AM

Lo spettro di frequenza del segnale modulato rappresenta l'ampiezza di ogni componente del segnale. Infatti, ogni segnale periodico è scomponibile in una somma di segnali sinusoidali[5] quindi anche il segnale modulato è una somma di segnali sinusoidali. Per questo motivo è possibile studiare la modulazione ipotizzando che il segnale modulante sia sinusoidale: ogni altro segnale sarà un insieme di segnali sinusoidali, la dimostrazione di base resterà invariata.
La (4) può essere riscritta come segue:

$$v(t) = V_p \cos\omega_p t + V_p m_a \cos\omega_m t \cos\omega_p t \qquad (5)$$

tuttavia – in questo caso, avendo un prodotto di coseni – è difficile stabilire con precisione lo spettro del segnale modulato. Questo passo può essere agevolmente risolto sfruttando la seconda formula di Werner[6]:

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right] \qquad (6)$$

Sostituendo la (6) nella (5) e, riordinando la somma dei termini che ne consegue con un ordine comodo per le analisi successive, si ottiene:

$$v(t) = \frac{V_p m_a}{2}\cos\left[\left(\omega_p - \omega_m t\right)\right] + V_p \cos\omega_p t + \frac{V_p m_a}{2}\cos\left[\left(\omega_p + \omega_m t\right)\right] \qquad (7)$$

dalla (7) si nota che un segnale AM, si può ritenere costituito dalla portante (termine centrale della sommatoria) e da due componenti cosinusoidali dette righe o – più in generale – bande laterali.
La larghezza di banda (o banda di frequenza) è quindi pari a:

$$B_f = \left(f_p + f_m\right) - \left(f_p - f_m\right) = 2 f_m \qquad (8)$$

dove f_m è la frequenza del segnale modulante e f_p la frequenza del segnale portante.

In figura è mostrato lo spettro di un generico segnale modulato in ampiezza. Si noti che il grafico rispetta la (7) anche nella sua scrittura formale. Come segnale modulante si è ipotizzato un segnale più complesso della sinusoide: anche in questo caso è bene sottolineare come questa scelta non va a collidere con le dimostrazioni sin qui eseguite poiché per quanto riguarda la (8) sarà sufficiente considerare la frequenza massima del segnale modulante per ottenere – di conseguenza – la banda occupata dal segnale modulato.

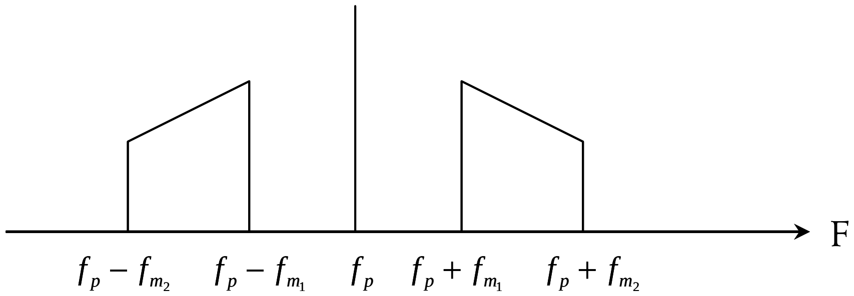
---

[3] La *profondità di modulazione* o *indice di modulazione* indica quanto un segnale è modulato. Solitamente viene indicato in percentuale. Il valore di m può variare tra 0 (0%) e 1 (100%); oltre il 100% si presenta l'effetto di distorsione producendo un disturbo che prende il nome di *sovramodulazione*.

[4] Insieme di curve tangenti ad una famiglia di curve.

[5] Ogni segnale periodico può essere scomposto come sommatoria di seni e coseni: in questo caso si parla di *sviluppo in serie di Fourier*. Per segnali non periodici si passa dalla sommatoria all'integrale e si parla di *trasformata di Fourier*.

[6] In trigonometria, le formule di Werner permettono di trasformare prodotti di funzioni trigonometriche di due angoli in somme e differenze di funzioni trigonometriche.



La modulazione di ampiezza ha prodotto, sostanzialmente la traslazione o *conversione di frequenza* della banda base generando due bande: la *banda laterale inferiore* e la *banda laterale superiore*. Per tale motivo la modulazione AM è nota anche come *modulazione in banda traslata*.
Indicando con $m_{1,} m_2, m_3 ...$ gli indici di modulazione di ciascuna componente armonica, l'indice di modulazione complessivo è dato dalla loro media geometrica:

$$m_a = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + ...} \tag{9}$$

Trasmissione con modulazione AM in radiofrequenza

La larghezza di banda risulta: $2 f_m$. Nelle trasmissioni radiofoniche il segnale modulante è il suono il cui campo di frequenza si estende tra *20Hz* e *20kHz*. La larghezza del canale AM di un segnale sonoro, quindi, dovrebbe occupare una banda *B=40kHz*. Per aumentare il numero dei canali da trasmettere simultaneamente è necessario ridurre la larghezza di banda da assegnare a ciascuno di essi (naturalmente ciò va a scapito della qualità del segnale). Si è stabilito – attraverso accordi internazionali – di fissare *B=10kHz*.
Nella radiodiffusione in onde medie le trasmissioni AM sono allocate nella gamma di frequenze comprese tra *540kHz* e *1.600kHz*. In tal modo avendo assegnato ad ogni canale una banda di *10kHz* è possibile trasmettere *106* comunicazioni contemporaneamente.

Potenza e rendimento di un segnale AM

Se si indica con R la resistenza d'uscita del circuito modulatore, la potenza complessiva di un segnale AM è pari alla somma di quella associata al segnale portante P_p oltre quella delle due oscillazioni laterali, inferiore P_{bi} e superiore P_{bs}:

$$P_t = P_{bi} + P_p + P_{bs} \tag{10}$$

La (10) può essere riscritta in una forma più conveniente, sfruttando l'indice di modulazione m_a:

$$P_t = P_p \left(1 + 2 \frac{m_a^2}{4} \right) = P_p \left(1 + \frac{m_a^2}{2} \right) \tag{11}$$

Per quanto riguarda il rendimento della modulazione si procede eseguendo il rapporto tra la potenza associata ad una banda laterale e quella totale:

$$\eta = \frac{P_{bs}}{P_t} = \frac{P_p \frac{m_a^2}{4}}{P_p \left(1 + \frac{m_a^2}{2} \right)} = \frac{m_a^2}{2m_a^2 + 4} \tag{12}$$

Nel caso limite di $m_a = 1$ si ottiene $\eta = \frac{1}{6} \approx 16{,}7\%$. Il basso rendimento si giustifica considerando che la maggior parte della potenza è associata alla portante la quale non contiene informazione.

Modulazione di frequenza

«La mia banda suona il rock
ed è un'eterna partenza
viaggia bene ad onde medie a
modulazione di frequenza»
(Ivano Fossati, La mia banda suona il rock, 1979)

La *modulazione di frequenza*, in sigla FM[7], è uno dei sistemi utilizzati per trasmettere informazioni utilizzando un segnale a radiofrequenza. La modulazione di frequenza consiste nel modulare la *frequenza* del segnale che si intende utilizzare per la trasmissione (detto portante) in maniera proporzionale all'ampiezza del segnale che si intende trasmettere.

Rispetto alla modulazione di ampiezza ha il vantaggio di essere molto meno sensibile ai disturbi e di permettere una trasmissione di miglior qualità. Ha inoltre una efficienza molto maggiore dato che la potenza del segnale modulato FM è esclusivamente quella della portante, il segnale di informazione cioè non richiede potenza aggiuntiva per essere trasmesso.

Il difetto principale è la necessità di circuiti più complessi sia per la generazione del segnale da trasmettere, sia per la sua ricezione. L'attuale tecnologia ha reso facilmente superabili tali problematiche con il risultato che le trasmissioni in modulazione di ampiezza sono sempre meno usate soprattutto in ambito *broadcasting*[8].

In Italia la modulazione di frequenza è usata per le trasmissioni radiofoniche nella banda di frequenze che va dagli *87,5MHz* ai *108MHz*. Nel 1961 la FCC[9] ha stabilito quanto segue:

- l'insieme delle frequenze della banda stereofonica è compreso nel seguente intervallo: $B = 30Hz \div 15kHz$ [10];
- la frequenza del segnale modulato varia, proporzionalmente all'ampiezza istantanea del segnale modulante. Il massimo scarto di frequenza, rispetto alla frequenza portante a riposo si chiama Δf ed è pari a *75KHz*.

In campo televisivo, invece, la banda assegnata ad ogni canale è pari ad *8MHz* per l'UHF[11] e *7MHz* per il VHF[12].

Va detto, inoltre, che il segnale televisivo è un segnale composto, dove la componente video viene modulata in ampiezza, mentre la componente audio viene modulata in frequenza. Le due portanti sono separate tra loro di *5,5MHz* all'interno del canale video.

Teoria

Supponiamo che il segnale modulante sia periodico con pulsazione pari a $\omega = 2\pi F$. Si ottiene:

$$v_m(t) = V_m \cos(\omega_m t + \varphi) \tag{13}$$

---

[7] Dall'analogo termine inglese *Frequency Modulation*.

[8] Per *broadcasting* (o con l'obsoleto termine italiano *radioaudizioni circolari*) si intende la trasmissione di informazioni da un sistema trasmittente ad un insieme di sistemi riceventi non definito a priori. L'esempio più classico è costituito da un trasmettitore radio di grande potenza e da un elevato numero di ricevitori montati nelle automobili o nelle case. In questo caso, tutti i ricevitori situati nell'area di copertura del trasmettitore riceveranno il segnale, e il trasmettitore non potrà sapere esattamente con chi ha comunicato.

[9] Acronimo inglese di *Federal Communications Commission*.

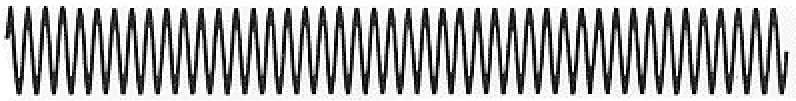
[10] Quasi coincidente con la banda di sensibilità dell'orecchio umano che – mediamente – è: $B = 20Hz \div 20kHz$. Nelle trasmissioni AM la banda era di *5kHz*, molto più vicina alla banda telefonica: $B = 300Hz \div 3400Hz$ (attualmente modulata in FM). Nella AM, infatti, si trasmette la voce umana, ma non la musica, o meglio, non fedelmente, visto che i violini – ad esempio – hanno uno spettro che supera i *9kHz*.

[11] Acronimo di *Ultra High Frequency*, sta ad indicare la parte dello spettro delle onde radio compresa tra *300MHz* a *3GHz*.

[12] Acronimo di *Very High Frequency*, sta ad indicare la parte dello spettro delle onde radio compresa tra *30MHz* e *300MHz*.

per il quale, per una più agevole semplicità dimostrativa, poniamo $\varphi = 0$. Per il segnale portante – il quale deve avere una frequenza molto maggiore del segnale modulante – si avrà:

$$v_p(t) = V_p \cos\omega_p t \tag{14}$$



La pulsazione ω_p deve essere proporzionale, secondo una costante K_F caratteristica del modulatore, all'ampiezza del segnale modulante. Ne consegue che la pulsazione istantanea del segnale modulato in FM rispetta la seguente espressione:

$$\omega_{FM} = \begin{cases} \omega_p + K_F v_m(t) = \\ = \omega_p + K_F V_m \cos\omega_m t = \\ = 2\pi\left(f_p + \dfrac{K_F V_m}{2\pi}\cos\omega_m t\right) = \\ = 2\pi\left(f_p + \Delta f \cos\omega_m t\right) \end{cases} \tag{15}$$

dove abbiamo definito:

$$\Delta f = \frac{K_F V_m}{2\pi} \tag{16}$$

dove, come anticipato, Δf è il massimo scarto di frequenza, rispetto alla frequenza portante a riposo (in assenza di segnale modulante). Dalla (15) si evince quanto segue: il segnale modulato è pari a un segnale cosinusoidale, avente frequenza f_p, la cui pulsazione è pari alla variazione dello sfasamento

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} \qquad d\varphi(t) = \omega(t)dt \tag{17}$$

Integrando ambo i membri si ottiene l'argomento del segnale modulato:

$$\varphi(t) = \int\left(\omega_p + K_F V_m \cos\omega_m t\right)dt = \omega_p t + \frac{K_F V_m}{\omega_m}\mathrm{sen}\,\omega_m t \tag{18}$$

da cui si ricava il segnale modulato stesso:

$$v_{FM}(t) = V_p \cos\left(\omega_p t + \frac{K_F V_m}{\omega_m}\mathrm{sen}\,\omega_m t\right) = V_p \cos\left(\omega_p t + m\,\mathrm{sen}\,\omega_m t\right) \tag{19}$$

dove, nella (19), abbiamo definito l'*indice di modulazione m*, pari a:

$$m = \frac{K_F V_m}{\omega_m} = \frac{K_F V_m}{2\pi f_m} = \frac{\Delta f}{f_m} \tag{20}$$

tale quantità è strategica poiché indica quanto la variabile modulata varia rispetto al suo livello non modulato. Essa si riferisce alla variazione della frequenza del segnale portante.

Calcolo della banda del segnale modulato

Ricorrendo alla serie di Bessel si dimostra che il segnale suddetto, rappresentante la modulazione in frequenza di una portante sinusoidale con una modulante sinusoidale, è rappresentato da infinite sinusoidi secondo questa espressione matematica.

I termini in seno e coseno sono periodici e quindi espandibili in serie di Fourier come segue:

$$\cos(m\omega_m t) = J_0(m) + 2J_2(m)\cos(2\omega_m t) + 2J_4(m)\cos(4\omega_m t) + \ldots \tag{21}$$

mentre

$$\mathrm{sen}(m\omega_m t) = 2J_1(m)\mathrm{sen}(\omega_m t) + 2J_3(m)\mathrm{sen}(3\omega_m t) + \ldots \qquad (22)$$

Per riportare la (19) come la (21) e la (22) è sufficiente ricorrere alla formula di addizione:

$$v_{FM}(t) = V_p\cos(\omega_p t + m\mathrm{sen}\omega_m t) = V_p\cos(\omega_p t)\cos(m\mathrm{sen}\omega_m t) - V_p\mathrm{sen}(\omega_p t)\mathrm{sen}(m\mathrm{sen}\omega_m t) \qquad (23)$$

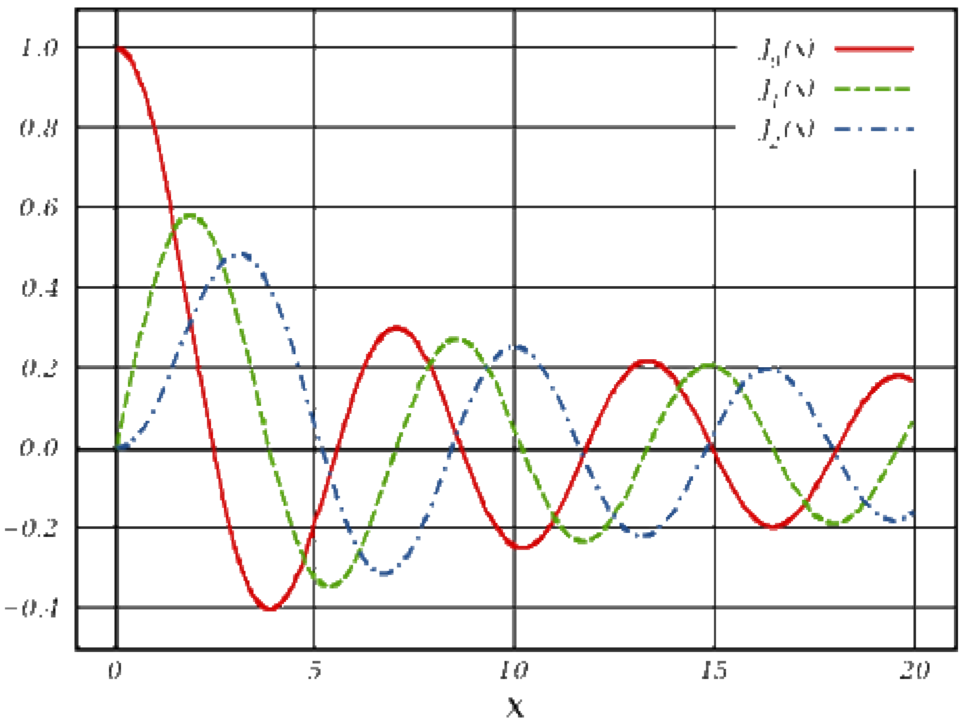
Sostituendo la (21) e la (22) nella (23) si ottiene:

$$\begin{aligned} v_{FM}(t) = \; & V_p J_0(m)\cos\omega_p t + \\ & + V_p J_1(m)[\cos(\omega_p + \omega_m)t - \cos(\omega_p - \omega_m)t] + \\ & + V_p J_2(m)[\cos(\omega_p + 2\omega_m)t + \cos(\omega_p - 2\omega_m)t] + \\ & + V_p J_3(m)[\cos(\omega_p + 3\omega_m)t - \cos(\omega_p - 3\omega_m)t] + \\ & + V_p J_4(m)[\cos(\omega_p + 4\omega_m)t + \cos(\omega_p - 4\omega_m)t] + \ldots \end{aligned} \qquad (24)$$

La (24) può essere agevolmente riscritta come uno sviluppo in serie:

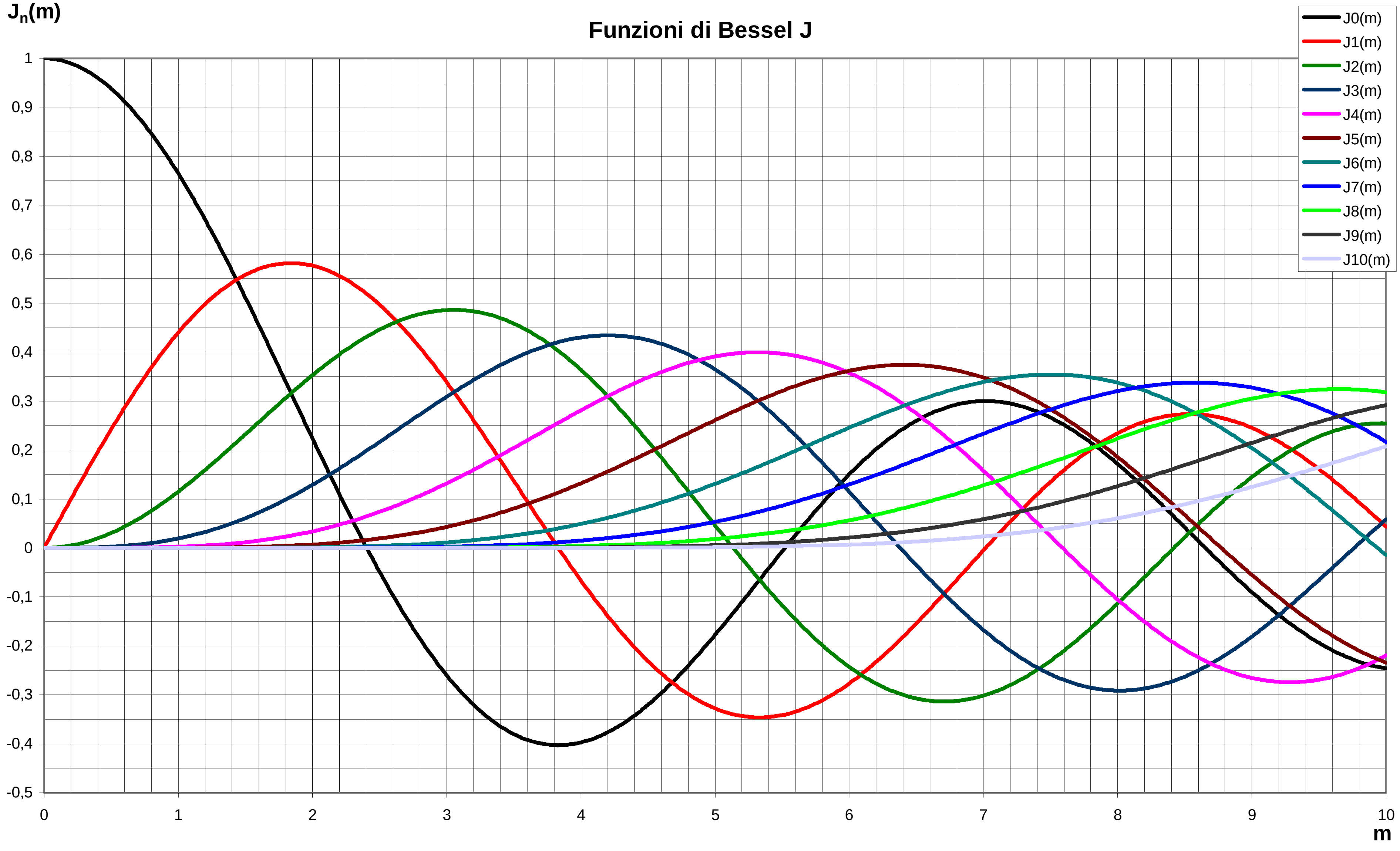
$$v_{FM}(t) = V_p J_0(m)\cos\omega_p t + \sum_{i=1}^{n} V_p J_i(m)\left[\cos(\omega_p + i\omega_m)t + (-1)^i\cos(\omega_p - i\omega_m)t\right] \qquad (25)$$

Da sottolineare che lo sviluppo in serie è stato arrestato al termine n e non proseguito sino all'infinito. Questo perché le funzioni di Bessel hanno via, via peso decrescente. Mentre il matematico è rigoroso ed è interessato alla precisione assoluta, il tecnico utilizza il linguaggio della matematica e lo adatta ai propri fini ed alle proprie esigenze. In questo caso si tratta di capire quante armoniche sono necessarie per ottenere un segnale modulato avente potenza



In figura sono mostrate le prime tre (compreso lo 0) e gia si nota come $J_2(x)$ prima di assumere un valore apprezzabile necessita di un maggior valore dell'argomento.

Grafico delle funzioni di Bessel J fino al decimo ordine



Esempio di calcolo della banda del segnale modulato

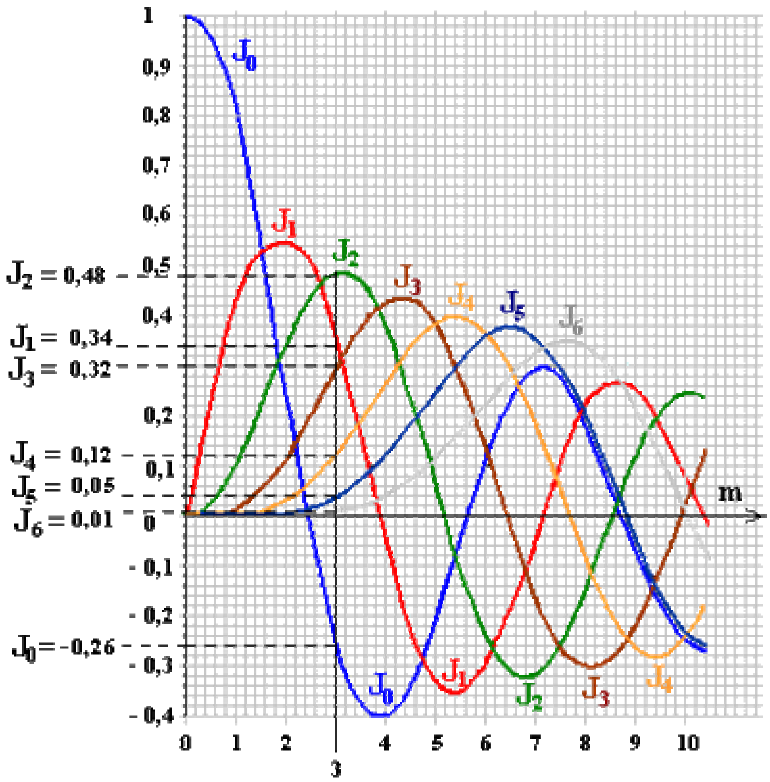
Per lo studio dello spettro, cioè dell'insieme di tutte le armoniche che rappresentano il dominio della frequenza del segnale modulato, è più semplice fare un esempio. Si vuole tracciare lo spettro di un segnale in modulazione di frequenza avente:

$$\begin{cases} f_p = 100Mhz \\ f_m = 15kHz \\ \Delta_f = 45kHz \\ V_p = 100V \end{cases} \tag{26}$$

Come primo passo si determina l'indice di modulazione m:

$$m = \frac{\Delta_f}{f_m} = \frac{45kHz}{15kHz} = 3 \tag{27}$$

Si procede, tracciando sul diagramma delle funzioni di Bessel, un segmento parallelo all'asse delle ordinate in corrispondenza del valore $m = 3$ dell'indice di modulazione e, dall'intersezione con tutte le curve $J_0(m)$, $J_1(m)$, $J_2(m)$,… si determinano i valori che queste funzioni $J_0(m)$, $J_1(m)$, $J_2(m)$,… assumono come è schematicamente indicato nella figura sotto.



Dal grafico si ottengono i parametri di interesse per il calcolo dei termini significativi ai fini della banda del segnale modulato:

$$\begin{cases} J_0(3) = -0{,}26 \\ J_1(3) = 0{,}34 \\ J_2(3) = 0{,}48 \\ J_3(3) = 0{,}32 \\ J_4(3) = 0{,}12 \\ J_5(3) = 0{,}05 \\ J_6(3) = 0{,}01 \end{cases}$$

Da cui è immediato ricavare le ampiezze delle rispettive righe spettrali moltiplicando i valori ottenuti per la tensione della portante:

$$\begin{cases} V_p J_0(3) = |-0{,}26| \cdot 100V = 26V \\ V_p J_1(3) = 0{,}34 \cdot 100V = 34V \\ V_p J_2(3) = 0{,}48 \cdot 100V = 48V \\ V_p J_3(3) = 0{,}32 \cdot 100V = 32V \\ V_p J_4(3) = 0{,}12 \cdot 100V = 12V \\ V_p J_5(3) = 0{,}05 \cdot 100V = 5V \\ V_p J_6(3) = 0{,}01 \cdot 100V = 1V \end{cases}$$

È possibile definire *banda di un segnale modulato in frequenza*, l'insieme delle frequenze di valore significativi che lo costituiscono, nel caso in esame, di ampiezza superiore all'*1%* della portante non modulata.

Osservando che – nelle funzioni di Bessel – il valore di riferimento della portante non modulata è $J_0(0) = 1$, si stabilisce di considerare come facenti parte integrante della banda del segnale modulato in frequenza soltanto quelle funzioni di Bessel il cui valore – in corrispondenza al valore di m prescelto – sia superiore, in modulo, a *0,01*.

Premesso questo ne consegue che il termine $J_6(3) = 0{,}01$ verrà escluso, come tutti i termini successivi.

Banda di Carson

In telecomunicazioni, la regola della *banda di Carson*[13] definisce approssimativamente la larghezza di banda richiesta da un sistema di comunicazione per un segnale portante modulato in frequenza. La regola di Carson non si applica quando il segnale modulate contiene delle discontinuità, come un'onda quadra.

La larghezza di banda di Carson è espressa dalla relazione:

$$B = 2(\Delta_f + f_m) = 2 f_m (m+1) \tag{28}$$

La regola della banda di Carson viene spesso applicata a trasmettitori, antenne, sorgenti ottiche, ricevitori ed altri sistemi di telecomunicazioni.

Teoricamente ogni segnale FM ha una larghezza di banda illimitata, ma – all'atto pratico – la regola di Carson restituisce una larghezza di banda che copre il 98%, o oltre, della potenza dell'intero segnale modulato. Questa formula è tanto più esatta, quanto più *m* è grande, mentre per *m* piccolo non è molto precisa.

[13] La regola di Carson è riportata nel libro di John Renshaw Carson, *Notes on the theory of modulation*, Proc. IRE, vol. 10, no. 1 (Feb. 1922), pp. 57-64.

Modulazione di fase

La modulazione di fase (PM, *Phase Modulation*) è una modulazione che rappresenta le informazioni, come variazioni nella fase istantanea dell'onda portante.
A differenza della più popolare modulazione di frequenza, la modulazione di fase non è molto diffusa. Questo è dovuto al fatto che richiede circuiti più complessi, inoltre vi possono essere problemi di ambiguità nel determinare se – per esempio – il segnale è cambiato dalla fase di +180 ° o -180 °.

Teoria

Supponiamo che il segnale da inviare (chiamato modulante) sia $m(t)$. La portante, su cui il segnale viene modulato, è:

$$P(t) = A_P sen(\omega_P t + \varphi_P) \tag{29}$$

Quindi, il segnale modulato, è:

$$v(t) = A_P sen(\omega_P t + m(t) + \varphi_P) \tag{30}$$

Ciò dimostra come $m(t)$ modula la fase. Ovviamente, può anche essere visto come un cambiamento della frequenza della portante. La modulazione di fase può quindi essere considerata un caso particolare della modulazione di frequenza, dove la frequenza della portante è data dalla derivata rispetto al tempo della modulazione di fase.
Il comportamento spettrale della modulazione di fase è difficile da ottenere, ma la matematica rivela che ci sono due regioni di particolare interesse:

- per i piccoli segnali, la modulazione di fase è simile alla modulazione di ampiezza e presenta il suo infelice raddoppio della larghezza di banda e – di conseguenza – scarso rendimento;
- nel caso di un singolo grande segnale sinusoidale, la modulazione di fase è simile alla modulazione di frequenza e la sua larghezza di banda è di circa:

$$B = 2(h+1) f_M \tag{31}$$

dove $f_M = {}^{\omega_M}\!/_{2\pi}$ e h è l'*indice di modulazione* che definiremo tra breve. Tutto questo è noto come *Regola di Carson per la modulazione di fase*.

Indice di modulazione

Come con gli altri indici di modulazione, questa grandezza indica quanto la variabile modulata vari intorno al suo livello non modulato. È relativo alle variazioni di fase della portante del segnale:

$$h = \Delta\varphi \tag{32}$$

Dove $\Delta\varphi$ è il picco della variazione di fase. È utile confrontare questo indice con l'indice di modulazione nel caso FM.